

2025 年度

佐賀大学大学院入学試験問題
(一般入試)

理工学研究科

数学コース・データサイエンスコース

専門科目-2 (1 群)

(数学専門：微分積分学，線形代数学)

解答上の注意事項

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら，全ての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
- 3 問題の解答は，別に指示がある場合を除き，所定の解答欄に記入すること。
- 4 試験時間中，試験問題の内容について質問がある場合は，手をあげて監督者に申し出ること。
- 5 各解答紙には，問題番号 (1, 2, 3, 4) を明記し，解答紙を分けること。
解答紙 1 枚に複数の問題を解答してはならない。
- 6 解答紙は，裏面を用いてもよいが，裏面を用いる場合は表面の右下に「つづく」と明記すること。
- 7 その他，監督者の指示に従うこと。

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和7年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名	1 群	(そ の 一)	数学専門：微分積分学，線形代数学
-----	-----	---------	------------------

1

$\overline{A} = A$ を満たす n 次正方行列 A を n 次エルミート行列という． A を n 次エルミート行列とし， $(\cdot, \cdot)$ を C^n の標準内積とする．次の問いに答えよ．

- (1) 任意の $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in C^n$ について， $(A\mathbf{v}, \mathbf{w}) = (\mathbf{v}, A\mathbf{w})$ が成り立つことを示せ．
- (2) A の固有値はすべて実数であることを示せ．
- (3) λ, μ を A の異なる固有値とする． λ に対する固有空間 W_λ と μ に対する固有空間 W_μ は， C^n の標準内積に関して直交していることを示せ．すなわち，任意の $\mathbf{v} \in W_\lambda$ と $\mathbf{w} \in W_\mu$ について， $(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = 0$ が成り立つことを示せ．
- (4) $i = \sqrt{-1}$ とする． A を 3 次エルミート行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -i \\ 0 & 2 & 0 \\ i & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とするとき， A をユニタリ行列によって対角化せよ．

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和7年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名	1群	(そ の 二)	数学専門：微分積分学，線形代数学
-----	----	---------	------------------

2 $M_2(\mathbf{R})$ を 2 次実正方行列全体のなす実ベクトル空間とする．写像 $f: M_2(\mathbf{R}) \rightarrow M_2(\mathbf{R})$ を $f(X) = X - {}^tX$ で定める．また， E_{ij} を， (i, j) 成分が 1 であり，かつ他の成分がすべて 0 である 2 次正方行列とする．次の問いに答えよ．

- (1) f は線形写像であることを示せ．
- (2) $M_2(\mathbf{R})$ の基底 $\{E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}\}$ に関する 1 次変換 f の表現行列を求めよ．
- (3) 行列 F_1, F_2 を

$$F_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

とする． $\{F_1, F_2, E_{21}, E_{22}\}$ は $M_2(\mathbf{R})$ の基底であることを示せ．さらに，この基底に関する 1 次変換 f の表現行列を求めよ．

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和7年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

1群

（そ の 三）

数学専門：微分積分学，線形代数学

③ R^2 上で定義された関数

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy - 3y^2$$

の極値をとる点と極値を求めよ.

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和7年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

1群

（そ の 四）

数学専門：微分積分学，線形代数学

4 次の問いに答えよ.

(1) $\alpha > 1$ のとき，極限

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_1^R \left| \frac{\sin x}{x^\alpha} \right| dx$$

が収束することを示せ.

(2) $\alpha < 2$ のとき，極限

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_\varepsilon^1 \frac{\sin x}{x^\alpha} dx$$

が収束することを示せ.

(3) $\alpha > 0$ とし，

$$a_n = \int_1^n \frac{\sin x}{x^\alpha} dx \quad (n = 1, 2, \dots)$$

と定める. このとき，数列 $\{a_n\}_{n=1}^\infty$ がコーシー列（基本列）となることを示せ.