

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和4年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

1 群

（そ の 一）

数学専門：微分積分学，線形代数学

1 a を実数とし，

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & a+1 & 2a+2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & -3 & a+5 \end{pmatrix}$$

とする． $\mathbf{R}^n$ を実数体 $\mathbf{R}$ 上の n 次元数ベクトル空間とする． $\mathbf{R}^4$ から $\mathbf{R}^3$ への線形写像 $f: \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ を $f(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}$ で定める．次の問いに答えよ．

(1) a の値に応じて， f の像 $\text{Im}(f)$ の次元を求めよ．

(2) $a = -2$ とする． f の像 $\text{Im}(f)$ の基底を 1 組求めよ．

(3) $a = -2$ とし， B を実数を成分にもつ 3 次正方行列とする．線形写像 $g: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ が $g(\mathbf{w}) = B\mathbf{w}$ で定められ，さらに次の条件 (i)，(ii) を満たすものとする．

(i) $\mathbf{R}^3$ の部分空間である f の像 $\text{Im}(f)$ 及び g の核 $\text{Ker}(g)$ に対して， $\text{Im}(f) \subset \text{Ker}(g)$ となる．

(ii) $g\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ．

このとき，行列 B を求めよ．

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和4年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

1 群

（そ の 二）

数学専門：微分積分学，線形代数学

- 2 A, B, Q を実数を成分にもつ3次正方行列とする． Q が正則行列であり，関係

$$AQ = QB$$

を満たしているとき，次の問いに答えよ．

- (1) A が対角化可能であることと B が対角化可能であることが同値であることを示せ．

- (2) 行列 B が実数 λ, a を用いて

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

と表されているとする． B の固有値を求めよ．また， A が対角化可能でないための λ, a に関する必要十分条件を求めよ．

- (3) 行列 B が実数 λ, a, b, c を用いて

$$B = \begin{pmatrix} \lambda & a & b \\ 0 & \lambda & c \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

と表されているとする． B の固有値を求めよ．また， A が対角化可能であることと単位行列の実数倍となることが同値であることを示せ．

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和4年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名	1 群	（そ の 三）	数学専門：微分積分学，線形代数学
-----	-----	---------	------------------

3 (1) 関数 $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ の導関数を求めよ.

(2) 関数 $g(x) = e^{x^2}$ の導関数を求めよ.

(3) 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \int_0^x e^{t^2} dt}{e^{x^2}}$$

問 題 紙

佐賀大学大学院理工学研究科

令和4年度佐賀大学大学院理工学研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名	1 群	（そ の 四）	数学専門：微分積分学，線形代数学
-----	-----	---------	------------------

4 累次積分

$$I = \int_0^1 \left(\int_y^1 \sqrt{1+x^2} \, dx \right) dy$$

について，以下の問いに答えよ．

- (1) I を重積分 $\iint_D \sqrt{1+x^2} \, dxdy$ として表すとき，集合 D を xy 平面上に図示せよ．
- (2) I の値を求めよ．