

採点は解答用紙のみで行う。計算/下書き用紙は採点対象外なので、  
**答えに至るまでの計算過程や説明等はすべて解答用紙に記入すること。**

1

- (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^x \frac{\sin^{-1}(t)}{x^2} dt$  を求めよ。なお、 $\sin^{-1}$  は逆正弦関数である。
- (2) 関数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 4$  の  $x = 2$  におけるテイラー展開を求めよ。
- (3)  $z = g(x, y)$  を  $C^2$  級関数とする。  $x = \tanh(2u+v)$ ,  $y = \tanh(u-2v)$  とするとき、偏導関数  $z_u$  および  $z_{uv}$  をそれぞれ  $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}, x, y$  で表せ。なお、 $\tanh(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$  である。
- (4) 次の重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \frac{2x+y}{3} \frac{y-x}{3} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq 2x + y \leq 3, 0 \leq y - x \leq 3\}.$$

2 行列  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  について以下の問に答えよ。

- (1)  $A$  の固有値を全て求めよ。
- (2)  $A$  の各固有値に対応する固有ベクトルを1つずつ求めよ。
- (3)  $A$  が対角化可能か否かを判定せよ。
- (4) 0でない数ベクトル  $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$  に対し、 $u_1 = v_1$ ,  $u_2 = v_2 - \frac{(v_1, v_2)}{(v_1, v_1)} v_1$  とおいたとき、 $(u_1, u_2)$  を求めよ。なお、 $(, )$  は内積を表す。
- (5)  ${}^t P A P = D$  をみたす直交行列  $P$  と対角行列  $D$  が存在するか否かを判定せよ。また、 $P, D$  が存在するのであればそれらを求めよ。なお、 ${}^t P$  は  $P$  の転置行列である。