

採点は解答用紙のみで行う．計算/下書き用紙は採点対象外なので，
答えに至るまでの計算過程や説明等はすべて解答用紙に記入すること．

1

(1) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x}{1+x^2 t^2} dt$ の値を求めよ．

(2) 関数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1-x}}$ の $x=0$ におけるテイラー展開を

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + \cdots$$

とするととき，定数 a, b, c, d の値を求めよ．

(3) $z = g(x, y)$ を C^2 級関数とする． $x = s^2 - t^2$, $y = 2st$ とするとき，偏導関数 z_s および z_{st} を $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}, s, t$ で表せ．

(4) 次の重積分の値を求めよ．

$$\iint_D \cos(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \pi^2, y \geq 0\}.$$

2

行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ について，以下の問に答えよ．

(1) A のランク（階数）を求めよ．

(2) A の固有値を求めよ．

(3) A が対角化可能か否かを判定せよ．また，対角化可能であれば対角化し，対角化する行列も求めよ．