

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 28 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)
入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(そ の 一)

数 理 科 学 専 攻

1 実数体 \mathbf{R} 上の n 次元数ベクトル空間を \mathbf{R}^n とする. 次の問いに答えよ.

(1) \mathbf{R}^n の部分空間 V_1 と V_2 の和

$$V_1 + V_2 = \{\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \mid \mathbf{v}_i \in V_i (i = 1, 2)\}$$

は \mathbf{R}^n の部分空間になることを示せ. また $V_1 \cap V_2 = \{\mathbf{0}\}$ が成り立つとき, $V_1 + V_2$ の任意の元 \mathbf{v} に対し, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ を満たす $\mathbf{v}_1 \in V_1, \mathbf{v}_2 \in V_2$ がただ一組存在することを示せ. なお, このとき $V_1 + V_2$ は V_1 と V_2 の直和であるという.

(2)

$$V_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \right\},$$
$$V_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid 2x_1 - 3x_2 = 0, x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \right\}$$

はそれぞれ \mathbf{R}^3 の部分空間であること, さらに \mathbf{R}^3 は V_1 と V_2 の直和に等しいことを示せ.

(3) V_1, V_2 を (2) の通りとする. $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3$ に対し, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ を満たす $\mathbf{v}_i \in V_i (i = 1, 2)$ の成分を a, b, c を用いて表せ.

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 28 年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(そ の 二)

数 理 科 学 専 攻

2 3次実対称行列

$$A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4t & -4t + 18 & 2t \\ -4t + 18 & 4t + 9 & -2t + 18 \\ 2t & -2t + 18 & t + 18 \end{pmatrix}$$

について次の問いに答えよ.

- (1) $t = 0$ のとき, A の固有値を求めよ.
- (2) (1) の解のうち, 任意の t について A の固有値になるものを求めよ.
- (3) A の固有値を求めよ.
- (4) A を直交行列で対角化せよ. またその直交行列を求めよ.

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成28年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）

入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(その三)

数 理 科 学 専 攻

3 $a < c < b$ とする. 区間 (a, b) で2回連続微分可能な関数 $f(x)$ に対して, 極限值

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(c+x))^2 - f(c)f(c+2x)}{x^2}$$

を求めよ.

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成28年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名	専門科目	(その四)	数 理 科 学 専 攻
-----	------	-------	-------------

4 次の広義重積分の値を求めよ.

$$\iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2} dx dy$$

ただし, $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ とする.