

平成 27 年度

佐賀大学大学院入学試験問題

(一般入試, 社会人特別入試, 外国人留学生特別入試)

工学系研究科

数理科学専攻

専門科目 (数学)

解答上の注意事項

- 1 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
- 2 「解答始め」の合図があったら, 全ての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。
- 3 問題の解答は, 別に指示がある場合を除き, 所定の解答欄に記入すること。
- 4 試験時間中, 試験問題の内容について質問がある場合は, 手をあげて監督者に申し出ること。
- 5 その他, 監督者の指示に従うこと。

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 27 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)
入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(そ の 一)

数 理 科 学 専 攻

1 以下の問いに答えよ .

- (1) $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ を線形写像とし, V を \mathbb{R}^n の部分空間とする . このとき, g による V の像

$$g(V) = \{g(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in V\}$$

が \mathbb{R}^m の部分空間になることを示せ .

- (2) 行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 & -5 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

の定める線形写像 $f_A(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ ($\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4$) を $f_A: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ と表す . f_A の像 $\text{Im}(f_A)$ および核 $\text{Ker}(f_A)$ の次元と基底を求めよ .

- (3) 行列 A を (2) のものとする . $f_A(V) = \text{Im}(f_A)$ となる \mathbb{R}^4 の部分空間 V で, $\dim V = \dim \text{Im}(f_A)$ となるものを一つ与えよ .

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 27 年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

（そ の 二）

数 理 科 学 専 攻

2 正方行列 A で, ${}^tA = -A$ を満たすものを交代行列という. 以下の問いに答えよ.

(1) 複素数を成分に持つ 3 次交代行列 A は, 複素数 a, b, c を用いて,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$$

と表される事を示せ. また, このとき, A の固有多項式を a, b, c を用いて表せ.

(2) $i = \sqrt{-1}$ とする. 3 次交代行列

$$\begin{pmatrix} 0 & i & -i \\ -i & 0 & \sqrt{2} \\ i & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

が対角化可能かどうか答えよ. 対角化可能であれば対角化し, 対角化不可能であればその理由を説明せよ.

(3) 成分がすべて実数であるような 3 次交代行列は対角化可能である事を示せ.

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 27 年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

（そ の 三）

数 理 科 学 専 攻

3 次の問いに答えよ．

- (1) 関数 $f(x)$ が区間 I 上で一様連続であることの定義をイプシロン・デルタ論法で述べよ．
- (2) 関数 $f(x) = \frac{1}{x}$ が区間 (a, ∞) 上で一様連続であることを示せ．ここで a は任意の正の数とする．
- (3) 関数 $f(x) = \frac{1}{x}$ が区間 $(0, \infty)$ 上で一様連続でないことを示せ．

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 27 年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

（そ の 四）

数 理 科 学 専 攻

4 球体 $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$ に対して，次の問いに答えよ．

- (1) 球体 B を平面 $z = 1$ で切ったときの切り口を xy -平面に射影してできた領域を D とするとき， D を図示せよ．
- (2) $\{(x, y, z) \in B \mid 0 \leq z \leq 1\}$ の体積を求めよ．