

平成25年度
佐賀大学大学院工学系研究科 数理科学専攻
入学試験問題

専門科目

注意事項：

- 全問解答すること。
- 解答紙は裏も使用してよい。
- 各問題につきそれぞれ異なる解答紙を用い、各解答紙の所定の欄に受験番号を、左上隅に解答した問題の番号を記入すること。
- 解答紙はすべて提出すること。
- 問題紙は面接の際に提出すること。

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 25 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)
入 学 試 験 問 題

科目名	専門科目	(その一)	数 理 科 学 専 攻
-----	------	-------	-------------

1 実数を成分とする d 次縦 (列) ベクトルから成る線形空間を \mathbf{R}^d とし, 実数を成分とする (n, m) 型行列 A に対し, 写像 $f_A: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ を $f_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ ($\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$) で定める。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) f_A は線形写像であることを示せ。

(2) $\mathbf{0}$ を \mathbf{R}^n の零ベクトルとすると,

$$\text{Ker}(f_A) = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m \mid f_A(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\},$$

$$\text{Im}(f_A) = \{f_A(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{R}^m\}$$

は, それぞれ $\mathbf{R}^m, \mathbf{R}^n$ の部分空間であることを示せ。

(3) $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k$ を $\text{Ker}(f_A)$ の基底, $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_l$ を $\text{Im}(f_A)$ の基底とし, $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_l$ を $f_A(\mathbf{w}_i) = \mathbf{v}_i$ ($1 \leq i \leq l$) を満たす \mathbf{R}^m のベクトルとする。このとき,

$$\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_l$$

は \mathbf{R}^m の基底であることを示せ。

(4) $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ のとき, (3) の k, l の値を求めよ。さらに (3)

の $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_l$ を一組求めよ。

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 25 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)
入 学 試 験 問 題

科目名	専門科目	(その二)	数 理 科 学 専 攻
-----	------	-------	-------------

2 a を実数とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 直交行列を用いて、対称行列

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 0 \\ 2 & a & 2 \\ 0 & 2 & a+1 \end{pmatrix}$$

を対角化せよ。

(2) 3次元ユークリッド空間 \mathbf{R}^3 の部分集合 S を

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (a-1)x^2 + ay^2 + (a+1)z^2 + 4xy + 4yz = 1\}$$

で定める。 S が有界集合になるための a についての条件を求めよ。

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 25 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)

入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(その三)

数 理 科 学 専 攻

- 3 $\tanh x$ の逆関数 $\tanh^{-1} x$ の定義域を定め, その導関数 $\frac{d}{dx} \tanh^{-1} x$ を求めよ. ただし, $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ である.

問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 25 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)

入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(その四)

数 理 科 学 専 攻

4 次の積分の値を計算せよ.

(1) 累次積分の順序変更を行うことによって,

$$\int_0^1 dx \int_0^{x^2} x \cos \frac{\pi(1-y)^2}{4} dy$$

の値を求めよ.

(2) $x + y = u$, $x - y = v$ と変数変換することによって,

$$\iint_D (x+y)^2 \cos(x^2 - y^2) dx dy$$

の値を求めよ. ただし, $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq \sqrt{\pi}\}$ である.