

平成21年度  
佐賀大学大学院工学系研究科 数理科学専攻  
入学試験問題

専門科目（線形代数学，微分積分学）

注意事項：

- 全問解答すること。
- 解答紙は裏も使用してよい。
- 各問題につきそれぞれ異なる解答紙を用い，各解答紙の所定の欄に受験番号を，左上隅に解答した問題の番号を記入すること。
- 解答紙はすべて提出すること。
- 問題紙は面接の際に提出すること。

# 問題紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 21 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)

入 学 試 験 問 題

科目名	専門科目	(そ の 一)	数 理 科 学 専 攻
-----	------	---------	-------------

1  $\mathbf{R}^3$  を 3 次縦 (列) 実ベクトルのなす線形空間,  $A$  を実行列  $\begin{pmatrix} a & -b & -1 \\ 1 & 1 & -a \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  とし,  
 $f_A: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  を  $f_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  によって定まる写像とする。このとき, 次の問いに  
答えよ。

(1)  $\mathbf{R}^3$  の  $\mathbf{R}$  上の線形部分空間の定義を述べよ。また,

$$\begin{aligned} \text{Im}(f_A) &= \{f_A(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{R}^3\}, \\ \text{Ker}(f_A) &= \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3 \mid f_A(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \end{aligned}$$

が, その定義の条件を満たすことを確かめよ。ただし,  $\mathbf{0}$  は  $\mathbf{R}^3$  の零ベクトルとする。

(2)  $\text{Im}(f_A) = \mathbf{R}^3$  となるための  $a, b$  の満たすべき必要十分条件を求めよ。またこのとき,  $\text{Ker}(f_A)$  を求めよ。

(3) (2) の場合以外するとき,  $\text{Im}(f_A)$ , および  $\text{Ker}(f_A)$  の次元と基底をそれぞれ求めよ。

# 問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 21 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)

入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(そ の 二)

数 理 科 学 専 攻

2

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & 1 \\ a & a & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{ただし } a \text{ は複素数とする}$$

について、以下の問に答えよ。

(1)  $a = -1$  のとき、 $A$  を対角化せよ。対角化する行列も求めよ。

(2)  $A$  がユニタリ行列で対角化できるための  $a$  の満たすべき必要十分条件を求めよ。

# 問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 21 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)

入 学 試 験 問 題

科目名	専門科目	(そ の 三)	数 理 科 学 専 攻
-----	------	---------	-------------

3 (1) 広義積分  $\int_0^1 (\log x)^2 dx$  の値を求めよ.

(2) 広義積分  $\int_1^e \frac{1}{\log x} dx$  が発散することを示せ.

# 問 題 紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成 21 年度佐賀大学大学院工学系研究科 (博士前期課程)

入 学 試 験 問 題

科目名

専門科目

(そ の 四)

数 理 科 学 専 攻

4 関数  $f(x, y) = x^4 + (y - 1)^4 + 2x^2y(y - 2)$  の極値を求めよ.