平成２０年度
佐賀大学大学院工学系研究科 数理科学専攻
入学試験問題

専門科目（線形代数学，微分積分学）

注意事項：

- 全問解答すること.
- 解答紙は裏も使用してよい.
- 各問題につきそれぞれ異なる解答紙を用い，各解答紙の所定の欄に受験番号を，左上隅に解答した問題の番号を記入すること.
- 解答紙はすべて提出すること.
- 問題紙は面接の際に提出すること.

問　題　紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成20年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入　学　試　験　問　題

科目名	専門科目	（その一）	数理科学専攻

$\boxed{1}$ 次の連立１次方程式が解をもつかどうか判定せよ。もつ場合は，その解を求めよ。

(1) $\begin{cases} 3x+y+2z=2 \\ 4x+y+3z=3 \\ 2x+y+z=2 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x+6y+2z+5w=-3 \\ 3x+4y+4z+3w=7 \\ 6x+y+5z+2w=10 \\ 4x+3y+3z+4w=0 \end{cases}$

問　題　紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成２０年度佐賀大学大学院工学系研究科(博士前期課程)
入　学　試　験　問　題

科目名	専門科目	（その二）	数理科学専攻

$\boxed{2}$ ３つの数列 $\{a_n\}_{n=1,2,3,\ldots}$, $\{b_n\}_{n=1,2,3,\ldots}$, $\{c_n\}_{n=1,2,3,\ldots}$ が, すべての $n=1,2,3,\ldots$ について，次の条件 $(*)$ を満たすとする：

$$(*)\begin{cases} a_{n+1} = & 3a_n & -b_n & +c_n \\ b_{n+1} = & -2a_n & +4b_n & +c_n \\ c_{n+1} = & -2a_n & +2b_n & +3c_n \end{cases}$$

このとき，次の問に答えよ。

(1)　$(*)$ の係数から決まる行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値とそれぞれの固有値に関する固有空間を求めよ。

(2)　$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ を満たす正則行列 P を１つ求め，A の n 乗 A^n は

$$A^n = P\begin{pmatrix} 2^n & 0 & 0 \\ 0 & 3^n & 0 \\ 0 & 0 & 5^n \end{pmatrix}P^{-1}$$

となることを示せ。

(3)　$a_1 = 1,\ b_1 = 2,\ c_1 = 3$ のとき，$(*)$ を満たす数列の一般項 $a_n,\ b_n,\ c_n$ を求めよ。

問　題　紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成２０年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入学試験問題

科目名	専門科目	（その三）	数理科学専攻

$\boxed{3}$ (1) 関数 $f(x)$ が点 $x = a$ で連続であることの定義を，ε-δ 論法を用いて述べよ。

(2) 関数 $f(x)$，$g(x)$ が点 $x = a$ で連続のとき，差 $f(x) - g(x)$ も点 $x = a$ で連続であることを ε-δ 論法を用いて証明せよ。

(3) 関数 $f(x)$，$g(x)$ が点 $x = a$ で連続のとき，積 $f(x)g(x)$ も点 $x = a$ で連続であることを ε-δ 論法を用いて証明せよ。

問　題　紙

佐賀大学大学院工学系研究科

平成２０年度佐賀大学大学院工学系研究科（博士前期課程）
入　学　試　験　問　題

科目名	専門科目	（その四）	数理科学専攻

$\boxed{4}$ $p > 1,\ \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 1$ のとき，次の問に答えよ。

(1) 任意の正数 α に対して, 関数 $f(x) = \dfrac{1}{p}x^p + \dfrac{1}{q}\alpha^q - \alpha x$ が $x \geq 0$ で $f(x) \geq 0$ となることを示せ。

(2) 任意の正数 α, β に対して,

$$\frac{1}{p}\alpha^p + \frac{1}{q}\beta^q \geq \alpha\beta$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 任意の実数 a_i, b_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$ に対し,

$$\Big(\sum_{i=1}^n |a_i|^p\Big)^{\frac{1}{p}}\Big(\sum_{i=1}^n |b_i|^q\Big)^{\frac{1}{q}} \geq \sum_{i=1}^n |a_i b_i|$$

が成り立つことを示せ。

(4) 閉区間 $[a, b]$ で連続な関数 $f(x), g(x)$ に対し,

$$\Big|\int_a^b f(x)g(x)dx\Big| \leq \Big(\int_a^b |f(x)|^p dx\Big)^{\frac{1}{p}}\Big(\int_a^b |g(x)|^q dx\Big)^{\frac{1}{q}}$$

が成り立つことを示せ。